1. Наћи све комплексне бројеве z који задовољавају једначину $z^2 - z = \operatorname{Im} z$

2. Коју линију у комплексној равни одређује једначина $\operatorname{Re}(\frac{1}{\bar{z}}) = 1$?

3. Решити једначину $|z| - z = 1 + 2i$.

4. Нека $d(M_1, M_2)$ означава растојање између тачака $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$ комплексне равни. Доказати да је $d(M_1, M_2) = |z_1 - z_2|$, где је $z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$.

5. Представити у комплексној равни скупове тачака:

(1) $|z + 1 + i| = 3$, (3) $|z + i| = |z + 2|$,

(2) $1 < |z + i| \leq 2$, (4) $|z - 1| \leq |z - i|$.

6. Да ли за произвољне комплексне бројеве z_1 и z_2 важе релације:

(1) $\arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$, (2) $\arg \frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2, \quad z_2 \neq 0$?

7. Представити у тригонометријском облику бројеве:

(1) $-2 + 2i\sqrt{3}$ (2) $\dfrac{1+i}{1-i}$ (3) $-\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}$.

8. Дате комплексне бројеве написати у алгебарском облику:

(1) $(1+i)^{10}$,

(2) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^8$,

(3) $(1+i)^8(1-i\sqrt{3})^{-6}$.

9. Наћи све вредности $\sqrt[4]{1-i}$ и представити их у комплексној равни.

10. Доказати да је:

(1) $e^{2n\pi i} = 1, \quad n \in \mathbb{N}$,

(2) $\overline{e^{i\varphi}} = e^{-i\varphi}$.

11. Написати у експоненцијалном облику комплексан број $z = 5 - 12i$.

12. Која крива је одређена једначином:

(1) $z(t) = t + it^2, \quad 0 \leq t \leq 1$,

(2) $z(t) = 2t - 1 + i(t+2), \quad 1 \leq t \leq 2$,

(3) $z(t) = r(\cos t + i \sin t), \quad 0 \le t \le \pi,$

(4) $z(t) = z_0 + re^{it}, \quad 0 \le t \le 2\pi$?

13. Доказати по дефиницији да је $\lim_{n\to\infty} \frac{n-i}{n+1} = 1$.

14. Доказати да је низ $z_n = (-1)^n + \frac{2-n}{2+n} i$ ограничен, али да није конвергентан.

15. Користећи особине конвергентних низова начи граничне вредности:

(1) $\lim_{n\to\infty} \frac{1-in}{1+in}$,

(2) $\lim_{n\to\infty} \frac{5n}{3n+2} \cdot \frac{in^2}{n^2+n-4i}$.

16. Доказати да је $\lim_{n\to\infty}(1 + \frac{i\varphi}{n}) = e^{i\varphi}$.

17. Одредити реалне бројеве x и y тако да је:

$$3x - 2iy - ix + 5y = 7 + 5i.$$

18. Решити једначину $|z| + \overline{z} = 2z + 3 + ei$

19. Доказати да је:

(1) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$,

(2) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$,

(3) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}, \quad z_2 \ne 0.$

20. Доказати једнакости:

(1) $|z| = |\overline{z}|$,

(2) $z\overline{z} = |z|^2$,

(3) $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$,

(4) $|z^n| = |z|^n$,

(5) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, \quad z_2 \ne 0$

(6) $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$.

21. Доказати неједнакости:

(1) $|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$,

(2) $|z_1 - z_2| \ge ||z_1| - |z_2||$.

22. Које линије у комплексној равни су одређене једнакостима:

(1) $Im(\frac{1}{z}) = \frac{1}{2}$,

(2) $Im\overline{(z^2 - \overline{z})} = 2 - Imz$?

23. Представити у комплексној равни скупове тачака:

(1) $|z + i| = 2$,

(2) $1 \leq |z + 1 + i| < 2$,

(3) $|z - i| + |z + i| = 4$,

(4) $|z| - 3Imz = 6$,

(5) $Re(1 + z) = |z|$.

24. Представити у тригонометријском облику комплексне бројеве:

(1) $-1 + \sqrt{3}i$,

(2) $\frac{1-i}{1+i}$,

(3) $1 + \cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}$.

25. Израчунати:

(1) $(\sqrt{3} - 3i)^6$,

(2) $(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i})^{20}$,

(3) $(2 - 2i)^7(1 + i\sqrt{3})^{-6}$.

26. Израчунати све вредности:

(1) $\sqrt[4]{-1}$,

(2) $\sqrt[5]{-1-i}$,

(3) $\sqrt[4]{2\sqrt{3} + 2i}$.

27. Написати у експоненцијалном облику бројеве $z_1 = 2\sqrt{3} - 2i$ и $z_2 = 3 - 3\sqrt{3}i$, а затим израчунати:

(1) $z_1 z_2$,

(2) $\frac{z_1^2}{z_2}$.

28. Доказати Ојлерове формуле:

(1) $\cos\varphi = \frac{e^{i\varphi}+e^{-i\varphi}}{2}$,

(2) $\sin\varphi = \frac{e^{i\varphi}-e^{-i\varphi}}{2i}$

29. Која крива је одређена једначинама:

(1) $z(t) = 2t + 1 + i(2-t), \quad 0 \le t \le 1;$

(2) $z(t) = t^2 - 2t + 1 + i(t-1), \quad 1 \le t \le 5;$

(3) $x(t) = a\cos t,\ y(t) = b\sin t, \quad 0 \le t \le 2\pi;$

(4) $z(t) = \sin 2t + 2i\sin^2 t, \quad 0 \le t \le \pi$?

30. Доказати по дефиницији да је $\lim_{n\to\infty} \frac{2n+i}{n-1} = 2$.

31. Доказати да су низови

(1) $z_n = \frac{1}{2}(i^n + (-i)^n)$,

(2) $z_n = (1+\frac{1}{n})e^{\frac{n\pi}{2}i}$

ограничени, али да немају граничну вредност.

32. Израчунати граничне вредности:

(1) $lim_{n\to\infty} \frac{(n+2i)(3+7ni)}{(2-i)n^2+1}$,

(2) $lim_{n\to\infty}(1+\frac{i^n}{n})$,

(3) $lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}e^{\frac{n\pi}{4}i}$,

(4) $lim_{n\to\infty}[n\sin\frac{1}{n} + i(1+\frac{1}{n}^n)]$.

33. Одредити реални и имагинарни део функције $f(z) = z^2 + i\overline{z}$.

34. Наћи слику кружнице $|z| = R$ при пресликавању $f(z) = \frac{z}{\overline{z}}$.

35. Израчунати вредност функције f у датој тачки z_0:

(1) $f(z) = ze^z; \quad z_0 = \pi i$

(2) $f(z) = \cos z; \quad z_0 = \pi + iln2,$

(3) $f(z) = shz; \quad z_0 = -2 + i,$

(4) $f(z) = Lnz; \quad z_0 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}.$

36. Израчунати:

(1) i^i

(2) $(-1)^{\sqrt{2}}$

(3) $(\frac{1+i}{\sqrt{2}})^{2i}$

37. Решити једначине:

(1) $e^{-z} + 1 = 0$,

(2) $ln(z+i) = 0$.

38. Одредити реални и имагинарни део функције:

(1) $f(z) = e^{\overline{z}^2}$

(2) $f(z) = ch(z-i)$

(3) $f(z) = tgz$

39. Наћи слику полуправе $\arg z = \frac{3\pi}{4}$ при пресликавању $f(z) = \frac{1}{z}$.

40. Доказати да је $2\pi i$ период функције $f(z) = e^z$, тј. да је $e^{z+2\pi i} = e^z$.

41. Израчунати:

(1) $\sin(\frac{\pi}{2} + iln2)$

(2) $sh(1 + \frac{\pi}{2}i)$

(3) $ch^2 z$, за $\quad z = i\ln 3$

(4) $Ln(1-i)$

(5) $tg\frac{\pi}{2}i$

42. Решити једначине:

(1) $e^z + i = 0$

(2) $ln(i+z) = 1$

43. Доказати да је $\lim_{z\to -i} \frac{2z^2+(2i+1)z+i}{z+i} = -2i + 1$.

44. Доказати да не постоји $\lim_{z\to 0} e^{\frac{1}{z}}$.

45. Израчунати граничне вредности

(1) $\lim_{z\to i} \frac{z^2+iz+2}{z-i}$

(2) $\lim_{z\to -\frac{\pi}{2}i} \frac{e^{2z}+1}{e^z+i}$

(3) $\lim_{z\to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2z}{chiz+ishiz}$

46. Доказати да је $\lim_{z \to z_0}(az + b) = az_0 + b, \quad a \neq 0.$

47. Доказати да је функција $f(z) = e^z$ непрекидна у свим тачкама комплексне равни.

48. Додефинисати функцију $f(z) = \frac{zIm(z^2)}{|z|^2}$ у тачки $z = 0$ тако да она постане непрекидна у тој тачки.

49. Доказати да је $\lim_{z \to i} \frac{z^3 - iz^2 + 3iz + 3}{z - i} = -1 + 3i.$

50. Доказати да за функцију $f(z) = \frac{z^2 - z\overline{z}}{|z|^2}$ не постоји $\lim_{z \to 0} f(z)$.

51. Израчунати граничне вредности:

(1) $\lim_{z \to -i} \frac{z^2 + 3iz - 2}{z + i}$

(2) $\lim_{z \to 0} \frac{\sin z}{sh(iz)}$

(3) $\lim_{z \to \pi i} \frac{e^{3z} + 1}{e^z + 1}$

52. Доказати да су функције :

(1) $f(z) = \overline{z}$,

(2) $f(z) = chz$

непрекидне у свим тачкама комплексне равни.

53. Додефинисати функцију $f(z) = \frac{zRez}{|z|}$ у тачки $z = 0$ тако да буде непрекидна у тој тачки.

54. Доказати да је

$$(z^n)' = nz^{n-1}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

55. Испитати диференцијабилност функције:

(1) $f(z) = \overline{z}$,

(2) $f(z) = z\overline{z}$,

(3) $f(z) = |z - 1|^2$.

56. Доказати да је функција $f(z) = e^z$ аналитичка у свим тачкама комплексне равни и наћи $f'(z)$.

57. Испитати аналитичност функција:

(1) $f(z) = z^2\overline{z}$,

(2) $f(z) = e^{z^2}$.

У случају аналитичности наћи $f'(z)$.

58. Наћи област аналитичности функције

(1) $f(z) = tgz$

(2) $f(z) = \frac{e^z+1}{e^z-1}$

а затим одредити $f'(z)$.

59. Доказати да је функција

$$u(x,y) = x^2 + y^2 + 2x - 3y + 5$$

не може бити реални (нити имагинарни) део било које аналитичке функције.

60. Проверити да функција $u(x,y) = x^2 - y^2 - 5x + y + 2$ може бити реални део аналитичке функције $f(z)$, а затим наћи $f(z)$.

61. Одредити аналитичку функцију $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ ако је $v(x,y) = 2(2shx\sin y + xy)$, $f(0) = 3$.

62. Доказати по дефиницији да је $(e^{2z})' = 2e^z$.

63. Наћи тачке у којима су функције диференцијабилне

(1) $f(z) = zRe(z)$

(2) $f(z) = z|z|$

(3) $f(z) = (z-1)^2 Im(z)$

64. Доказати да је функција $f(z) = lnz$ аналитичка у области $Rez > 0$?

65. Испитати аналитичност функција:

(1) $f(z) = ze^z$

(2) $f(z) = |z|\overline{z}$

(3) $f(z) = \sin 3z - i$

У случају аналитичности наћи $f'(z)$

66. Наћи област аналитичности функција:

(1) $f(z) = \frac{z\cos z}{1+z^2}$.

(2) $f(z) = \frac{e^z}{z}$.

(3) $f(z) = \frac{\cos z}{\cos z - \sin z}$, а затим $f'(z)$.

67. Наћи аналитичку функцију $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ за коју је:

(1) $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$,

(2) $v(x,y) = arctg\frac{y}{x}$,

(3) $u(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2} - 2y, \quad f(1) = 1+i$

(4) $v(x,y) = 2\cos xchy - x^2 + y^2, \quad f(0) = 2$

68. Израчунати $\int_C (1-i+\overline{z})dz$ ако је C крива која спаја тачке $z_1 = 0$ и $z_2 = 1+i$:

(1) по правој,

(2) по параболи $y = x^2$.

69. Израчунати $\int_C (z^2+\overline{z})dz$, где је $C = \{z : |z| = 1, 0 \leq \arg z \leq \pi\}$.

70. Израчунати $\int_C (z-z_0)^n dz$, $n \in \mathbb{Z}$, где је $C = z : |z-z_0| = R$.

71. Израчунати $I = \int_{C^+} \frac{dz}{(z-1)^2(z+i)}$ ако је

(1) $C = \{z : |z| = \frac{1}{2}\}$,

(2) $C = \{z : |z| = 2\}$.

72. Израчунати $I = \int_{C^+} \frac{e^z dz}{z^3(z-1)}$, где је $C = \{z : |z-2| = 3\}$.

73. Израчунати интеграл $\int_{C^+} \frac{chz}{(z+1)^3(z-1)}$, где је $C = \{z : |z| = 2\}$.

74. Израчунати $\int_C \overline{z}dz$ ако је C крива која спаја тачке $z_1 = 0$ и $z_2 = 4+2i$.

(1) по правој

(2) по параболи $x = y^2$

(3) по полигоналној линији $z_1z_3z_2$, где је $z_3 = 2i$.

75. Израчунати $\int_C zRezdz$, где је $C = \{z : |z| = 1, \frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{2}\}$.

76. Израчунати $\int_C (z-z_0)^n dz$, $z \in \mathbb{Z}$,ако је $C = \{z : |z-z_0| = R, Im(z-z_0) > 0\}$.

77. Израчунати интеграл $\int_{C^+} \frac{dz}{(z-1)^3(z+1)^3}$ ако је:

(1) $C = \{z : |z-1| = 1\}$

(2) $C = \{z : |z+1| = 1\}$

(3) $C = \{z : |z| = R, R \neq 1\}$

78. Израчунати интеграле:

(1) $\int_{|z|=4} \frac{z^2dz}{z-2i}$

(2) $\int_{|z|=3} \frac{dz}{z^2+2z}$

(3) $\int_{|z+i|=1} \frac{\sin z dz}{(z+i)^3}$

(4) $\int_{|z|=3} \frac{\cos(z+\pi i)}{z(e^z+2)}dz$

(5) $\int_{|z|=4} \frac{\cos z dz}{z^2-\pi^2}$

(6) $\int_{|z|=3} \frac{\sin(\pi z^2)+\cos(\pi z^2)}{z^2-3z+2}dz$

79. Објаснити зашто је формула

$$\int_{C^+} \frac{z-1}{(z^2+1)(z-z_0)}dz = 2\pi i\frac{z_0^2-1}{z_0^2+1}$$

тачна ако је C кружница $|z+1|=1$,а није тачна ако је C кружница $|z+i|=1$.

80. Израчунати интеграле:

(1) $\int_1^2(3z^4-2z^3)dz$

(2) $\int_0^i(z-i)e^{-z}dz$

(3) $\int_0^{1+i}\sin z\cos z dz$

81. Израчунати $\int_1^2 \frac{ln(z+1)}{z+1}dz$ по луку кружнице $|z|=1$ у првом квадранту.

82. Одредити изоловане сингуларне тачке функције $f(z)=\frac{e^z-1}{(z^2+z)(z-1)^2}$ и испитати њихов карактер.

83. Испитати карактер сингуларне тачке $z=0$ за функцију $f(z)=e^{\frac{1}{z^2}}$.

84. Одредити све сингуларне тачке функције $f(z)=\frac{1}{e^{\frac{1}{z}}+1}$ и испитати њихов карактер.

85. Испитати карактер сингуларне тачке $z=0$ за функције:

(1) $f(z)=\frac{1-\cos z}{z^2}$

(2) $f(z)=\frac{1}{z-\sin z}$

(3) $f(z)=\frac{1}{e^{-z}+z-1}$

86. Наћи изоловане сингуларитете и њихов карактер следећих функција:

(1) $f(z)=\frac{1}{1-\sin z}$

(2) $f(z)=\frac{z^2}{\cos z-1}$

(3) $f(z)=e^{\frac{1}{z-3i}}$

(4) $f(z)=\frac{1}{e^{-z}-1}+\frac{1}{z^2}$

(5) $f(z)=\frac{1-\sin z}{\cos z}$

(6) $f(z)=tg\frac{1}{z-1}$

87. Наћи резидум функције $f(z)=\frac{\sin z^2}{z^3-\pi z^2}$ у њеним сингуларним тачкама.

88. Наћи резидум функције $f(z)=\frac{e^z-1}{z^3(z+1)^3}$ у њеним сингуларним тачкама.

89. Израчунати $\operatorname*{Res}_{z=0} f(z)$ ако је:

(1) $f(z)=\frac{\sin 2z-2z}{(1-\cos z)^2}$

(2) $f(z)=\frac{e^z-z-1}{\sin z(1-\cos 2z)}$

(3) $f(z)=\frac{z^{n-1}}{\sin^n z}, \quad n=1,2...$

90. Наћи резидуме функција у њиховим сингуларним тачкама:

(1) $f(z)=\frac{z}{(z+1)^2(z-2)^2}$

(2) $f(z)=\frac{z^2+z-1}{z^2(z-1)}$

(3) $f(z)=\frac{1-\cos z}{z^3(z-3)}$

(4) $f(z)=ctg^2 z$

(5) $f(z)=\frac{tgz}{z^2-\frac{\pi}{4}z}$

(6) $f(z)=\frac{z^{2n}}{(z-1)^n}; \quad n=1,2..$

91. Израчунати $I=\int_{C^+}\frac{e^z-1}{z^2+4}dz$ ако је $C=z:|z|=3$.

92. Израчунати $I=\int_{C^+}\frac{z^2+\pi^2}{z(e^z+1)}dz$ ако је $C=z:|z|=4$.

93. Израчунати $I=\int_{C^+}\frac{dz}{z(z-1)^3}$ где је C контура која не садржи тачке $z_1=0$ и $z_2=1$.

Израчунати интеграле:

94. $\int_{C^+}\frac{zdz}{z^2-3z+2}, \quad C=\{z:|z-2|=2\}$

95. $\int_{C^+} ztg(\pi z)dz,\ C=\{z:|z|=1\}$

96. $\int_{C^+}\frac{e^z-1}{z(z^2+9)}dz,\ C=\{z:|z+2+2i|=3\}$

97. $\int_{C^+} \frac{z^2 dz}{|z^2+1|^2}$, $C = \{z : |z-1| = 3\}$

98. $\int_{C^+} \frac{z+1}{e^z+1} dz$, ако је

(1) $C = \{z : |z| = 2\}$,

(2) $C = \{z : |z| = 4\}$.

99. $\int_{C^+} \frac{\sin(\pi z)}{(z^2-1)^2} dz$, $C = \{z = x+iy : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$

100. $\int_{C^+} \frac{z+1}{z^2+2z-3} dz$, $C = \{z : |z| = 4\}$

101. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{iz}+1}{z(z-\pi)^2} dz$ ако је C контура која не садржи тачке $z_1 = 0$ и $z_2 = \pi$.

102. Испитати које од датих функција су оригинали:

(1) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-t}\cos t, & t \geq 0 \end{cases}$

(2) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ tgt, & t \geq 0 \end{cases}$

(3) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{t^2+2}, & t \geq 0 \end{cases}$

(4) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{t^2}, & t \geq 0 \end{cases}$

103. Наћи по дефиницији Лапласову трансформацију функције $f(t) = t$.

104. Наћи $\mathcal{L}[f(t)]$ ако је:

(1) $f(t) = t + \frac{1}{2}e^{-t}$

(2) $f(t) = \sin^2 t$

(3) $f(t) = \sin 2t \cos 3t$

(4) $f(t) = \cos^3 t$

105. Наћи Лапласову трансформацију следећих функција:

(1) $(t-1)^2 U(t-1)$,

(2) $e^3 t \sin^2 t$,

(3) $\int_0^t x^2 e^{-x} dx$

106. Применом формуле $\mathcal{L}\,[f'(t)] = sF(s) - f(0)$ наћи Лапласову трансформацију фунцкије $f(t) = \cos^4 t$.

107. Наћи Лапласову трансформацију следећих функција:

(1) $f(t) = t^2 \operatorname{sh}(2t)$,

(2)
$$f_0(t) = \begin{cases} 2t - t^2, & 0 \leq t < 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

108. Наћи Лапласову трансформацију функције $f(t) = \frac{1-\cos t}{t}$.

109. Наћи Лапласобу трансформацију функције $f(t) = \int_0^t e^{2(x-t)} x^2 dx$.

110. Наћи Лапласову трансформацију периодичне функције $f(t)$ за коју je
$$f_0(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & \pi \leq t < T \end{cases}$$

111. Испитати које од наведених функција су оригинали:

(1) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t^2, & t \geq 0 \end{cases}$

(2) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t^t, & t \geq 0 \end{cases}$

(3) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-t^2}, & t \geq 0 \end{cases}$

112. Наћи по дефиницији Лапласову трансформацију функције $f(t) = e^{2t}$.

113. Наћи Лапласову трансформацију функција:

(1) $f(t) = \frac{t^2}{2} + e^{-2t}$,

(2) $f(t) = \sin^4 t$,

(3) $f(t) = \cos mt \sin nt$.

114. Наћи слику Лапласове трансформације за функције:

(1) $f(t) = \cos^2 t(t-2)U(t-2)$,

(2) $f(t) = e^{-at} \cos^2 bt$,

(3) $f(t) = \int_0^t x \operatorname{sh}(2x) dx$.

115. Наћи Лапласову трансформацију функције $f(t) = \sin^3 t$.

116. Наћи Лапласову трансформацију функција:

(1) $f(t) = t(e^t + \operatorname{ch} t)$,

(2) $f(t) = \begin{cases} 3t - t^2, & 0 \leq t \leq 3 \\ 0, & t > 3 \end{cases}$

117. Наћи Лапласову трансформацију функције $f(t) = \frac{e^{-at}\sin bt}{t}$, $b > 0$.

118. Наћи Лапласову трансформацију функција:

(1) $f(t) = \int_0^t (t-x) chx dx$,

(2) $f(t) = \int_0^t (t-x)^n g(x) dx$

119. Наћи Лапласову трансформацију функције $f(t) = |\sin t|$.

120. Наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{e^{-s}}{s^2+1}\right]$.

121. Наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]$, ако је $F(s) = \frac{1}{s^3+2s^2+s}$.

122. Наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]$ ако је $F(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s-2)(s^2+4)}$.

123. Наћи инверзну Лапласову трансформацију следећих функција:

(1) $F(s) = \frac{s+1}{s^2+4s+13}$,

(2) $F(s) = \frac{s}{(s^2+1)^2}$.

124. Наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]$ ако је $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2-2s+5} + \frac{se^{-2s}}{s^2+9}$.

125. Наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]$ ако је $F(s) = \frac{s}{(s^2-1)^2}$.

126. Наћи инверзну Лапласову трансформацију функције $F(s) = \frac{1}{(s^2+1)^2(s^2-4)}$.

127. Наћи оригинале за дате функције:

(1) $F(s) = \frac{2e^{-s}}{s^2}$,

(2) $F(s) = \frac{e^{-3s}}{s+3}$.

128. Наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]$ ако је:

(1) $F(s) = \frac{s}{(s+1)^2}$,

(2) $F(s) = \frac{2s-3}{s^2+4s+29}$.

129. Разлагањем дате функције $F(s)$ на просте разломке наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]$:

(1) $F(s) = \frac{1}{s^2-s+7}$,

(2) $F(s) = \frac{2s^3+s^2+2s+2}{s^5+2s^4+2s^3}$,

(3) $F(s) = \frac{s^2+2s-1}{s^3+3s^2+3s+1}$,

(4) $F(s) = \frac{s^2+2s-1}{s^3-2s^2+2s-1}$,

(5) $F(s) = \frac{2s+3}{s^3+4s^2+5s}$,

(6) $F(s) = \frac{s+2}{(s^2-s-2)(s^2+4)}$.

130. Користећи особину конволуције наћи инверзну Лапласову трансформацију функција:

(1) $F(s) = \frac{1}{s^2(s^2+1)}$

(2) $F(s) = \frac{1}{(s^2+4)^2}$

(3) $F(s) = \frac{1}{(s^2+1)^3}$

131. Наћи $\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]$ ако је $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2-s} + \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2}$.

132. Применом Мелинове формуле наћи оригинале следећих функција:

(1) $F(s) = \frac{1}{(s^4-1)^2}$

(2) $F(s) = \frac{s^3}{(s^4-1)^2}$

(3) $F(s) = \frac{s}{s^4-5s^2+4}$

133. Наћи решење диференцијалне једначине

$$x'' + x' - 2x = te^{-t}$$

које задовољава почетне услове $x(0) = 0$, $x'(0) = -1$.

134. Наћи решење диференцијалне једначине

$$x'' + x' = e^t$$

које задовољава почетне услове $x(1) = 1$, $x'(1) = 2$.

135. Наћи опште решење једначине

$$x'' + x = te^t + 4\sin t.$$

136. Наћи опште решење система диференцијалних једначина

$$x + x' = y + e^t,$$

$$y + y' = x + e^t.$$

137. Решити интегралну једначину

$$y(t) = \frac{t^2}{2} + \int_0^t (t-x)e^{-(x-t)}y(x)dx.$$

138. Решити систем интегралних једначина

$$y_1(t) = 2 + \int_0^t (x-t)y_1(x)dx - 4\int_0^t y_2(x)dx,$$

$$y_2(t) = 1 - \int_0^t y_1(x)dx + \int_0^t (x-t)y_2(x)dx.$$

139. Наћи решење једначине

$$x'' + x = \sin t + \int_0^t \sin(t-x)x(t)dx$$

које задовољава почетне услове $x(0) = 0,\ x'(0) = 1$.

140. Наћи решења диференцијалних једначина које задовољавају дате почетне услове:

(1) $x'' + 2x' - 3x = e^{-t}, \quad x(0) = 0,\ x'(0) = 1$

(2) $x'' + 2x = t\sin t, \quad x(0) = x'(0) = 0$

(3) $x''' + x'' - 3x = \cos t, \quad x(0) = -2,\ x'(0) = x''(0) = 0$

(4) $x'' + 4x = \sin 2t, \quad x(0) = 1,\ x'(0) = -2$

(5) $x'' + 4x = 2\cos t\cos 3t, \quad x(0) = x'(0) = 0$

(6) $x^{IV} - x = \operatorname{sh} t, \quad x(0) = x'(0) = x'' = 0,\ x'''(0) = 1$

141. Решити Кошијев проблем за дате диференцијалне једначине:

(1) $x'' + x' = t, \quad x(1) = 1, \quad x'(1) = 0$

(2) $x'' + x = -2\sin t, \quad x(\frac{\pi}{2}) = 0, \quad x'(\frac{\pi}{2}) = 1$

142. Решити Кошијеве проблеме:

(1) $x' + x = f(t), \quad x(0) = 0$, ако је $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le 2 \\ 0, & t \ge 2 \end{cases}$

(2) $x'' + x = f(t), \quad x(0) = x'(0) = 0$, ако је $f(t) = \begin{cases} \cos t, & 0 \le t \le \pi \\ 0, & t \ge \pi \end{cases}$.

143. Наћи опште решење диференцијалних једначина:

(1) $x'' + 9x = \cos 3t$,

(2) $x'' + 4x' + 4x = e^{2t}$.

144. Решити Кошијев проблем за дате системе диференцијалних једначина:

(1) $x' + y = 0$
$x + y' = 0, \quad x(0) = 1,\ y(0) = -1;$

(2) $x' = -y$
$y' = 2x + 2y, \quad x(0) = y(0) = 1;$

(3) $x'' - y' = 0$
$x - y'' = 2\sin t, \quad x(0) = 1,\ x'(0) = y(0) = y'(0) = 1;$

(4) $x' + y' - y = e^t$
$2x' + y' + 2y = \cos t, \quad x(0) = y(0) = 0;$

(5) $x'' + y' = 2\sin t$
$y'' + z' = 2\cos t$
$z'' - x = 0, \quad x(0) = z(0) = y'(0) = 0,\ x'(0) = y(0) = -1,\ z'(0) = 1;$

145. Наћи опште решење система диференцијалних једначина:

(1) $x' = x - 4y$
$y' = x - 3y,$

(2) $x' = x + y - \cos t$
$y' = -2x - y + \sin t + \cos t.$

146. Решити интегралне једначине:

(1) $y(t) + 2\int_0^t \cos(t-x) y(x)dx = e^t$,

(2) $y(t) = e^{-t} + 3\int_0^t \operatorname{sh}(t-x) y(x)dx$.

147. Решити систем интегралних једначина

(1) $y_1(t) = 1 - 2\int_0^t e^{2(t-x)} y_1(x)dx + \int_0^t y_2(x)dx$,

(2) $y_2(t) = 4t - \int_0^t \varphi_1(x)dx + 4\int_0^t (t-x)\varphi_2(x)dx$.

148. Решити једначине:

(1) $\int_0^t e^{t-x}\sin(t-x) y(x)dx = y'' - y' + e^t(1-\cos t),\ y(0) = y'(0) = 1$,

(2) $\int_0^t \operatorname{sh}(t-x) y(x)dx = y'' - y' + \frac{1}{2} t \operatorname{sh} t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$.